

PENERAPAN MODEL PERTUMBUHAN LOGISTIK DALAM MEMPROYEKSIKAN JUMLAH PENDUDUK DI KABUPATEN SUMENEP

Nadya Nurmadhani¹⁾, Faisal²⁾

^{1,2)}Program Studi Matematika, Universitas Islam Madura
nadianormadani9@gmail.com, faisal.munif@gmail.com

Abstract

Population projection is not a population forecast but a scientific calculation based on assumptions of the components of the population growth rate, namely births, deaths and migration. These three components determine the size of the population and the age structure of the population in the future. In order to determine the assumptions of future developmental levels of births, deaths and displacement, data are needed that describe trends from the past to the present. Here the author will determine the projected population growth in Sumenep Regency on Madura Island using a logistic growth model. The population census of Sumenep Regency was obtained from the BPS (Central Statistics Agency) of Sumenep Regency from 2010 to 2020. Based on the results of the study, it was obtained that the Craying capacity was 1,141,132.5. The author can conclude that the model that is closest to the actual census value is called the best model by looking for the MAPE value of each model to find out the census value that is closest to the true value and here the logistical model 9 is the most accurate compared to other models, with a value of $r = 0,07288$ and produces the equation $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07288)t} + 1}$ and based on model 9, the writer looks for the population census in 2040 with the value of $t = 30$ resulted in 1,127,590.627 people.

Keywords: Logistics Growth Model, Growth Rate, Capacity

Abstrak

Proyeksi penduduk bukan merupakan ramalan jumlah penduduk tetapi suatu perhitungan ilmiah yang didasarkan pada asumsi dari komponen-komponen laju pertumbuhan penduduk, yaitu kelahiran, kematian dan perpindahan (migrasi). Ketiga komponen inilah yang menentukan besarnya jumlah penduduk dan struktur umur penduduk di masa yang akan datang. Untuk menentukan asumsi dari tingkat perkembangan kelahiran, kematian dan perpindahan di masa yang akan datang diperlukan data yang menggambarkan tren di masa lampau hingga saat ini. Tujuan penelitian ini adalah menentukan proyeksi pertumbuhan penduduk di Kabupaten Sumenep di Pulau Madura menggunakan model pertumbuhan logistik. Sensus penduduk Kabupaten Sumenep ini diperoleh dari BPS (Badan Pusat Statistik) Kabupaten Sumenep dari tahun 2010 sampai 2020. Berdasarkan hasil penelitian tersebut diperoleh daya tampung (*Craying capacity*) sebesar 1.141.132,5. Penulis dapat menarik kesimpulan bahwa model yang paling mendekati nilai sensus sebenarnya dinamakan model yang terbaik dengan mencari nilai MAPE dari masing-masing model untuk mengetahui nilai sensus yang paling mendekati nilai sebenarnya dan di sini model logistik 9 lah yang paling akurat dibandingkan model-model lainnya, dengan nilai $r = 0,07288$ dan menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07288)t} + 1}$ dan berdasarkan model 9 tersebut penulis mencari sensus penduduk pada tahun 2040 dengan nilai $t = 30$ menghasilkan 1.127.590,627 jiwa.

Kata Kunci : Model Pertumbuhan Logistik, Laju Pertumbuhan, Daya Tampung

Cara Menulis Sitasi: Nurmadhani, N & Faisol. (2022). Penerapan Model Pertumbuhan Logistik dalam Memproyeksikan Jumlah Penduduk di Kabupaten Sumenep. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 8 (2), 145-156.

PENDAHULUAN

Pertambahan jumlah penduduk merupakan perubahan populasi sewaktu-waktu, dan bisa dihitung sebagai perubahan jumlah individu dalam sebuah populasi menggunakan per waktu unit untuk pengukuran (Pratiwi, 2020). Pertambahan jumlah penduduk dipengaruhi oleh faktor kelahiran, kematian, dan migrasi. Penyebutan pertambahan jumlah penduduk merujuk pada semua spesies, akan tetapi selalu mengarah pada manusia. Pertambahan jumlah penduduk digunakan untuk merujuk pada pertumbuhan penduduk dunia dan sering digunakan secara informal untuk sebutan demografi nilai pertambahan jumlah penduduk. Dalam demografi dikenal istilah pertambahan jumlah penduduk alami dan pertambahan jumlah penduduk total, dimana penduduk alami dipengaruhi oleh kelahiran dan kematian sedangkan penduduk total dipengaruhi oleh kelahiran, kematian, migrasi masuk dan migrasi keluar (Uce et al., 2017).

Sumenep adalah sebuah Kabupaten yang berada di ujung timur Pulau Madura sangat terkenal dengan sebutan kota Keris, yang memiliki wilayah yang unik karena terdiri dari wilayah daratan dengan pulau yang tersebar berjumlah 126 pulau. dan Sumenep juga memiliki luas wilayah sebesar 2.094 km² dengan jumlah penduduk sebanyak 1.124.436 jiwa dan kepadatan penduduk sebanyak 536/km². Dengan demikian peneliti memilih kabupaten tersebut untuk dijadikan penelitian dengan menggunakan model pertumbuhan logistic.

Model pertumbuhan logistik adalah model pertumbuhan populasi yang terkait dengan kepadatan yang mencerminkan

pengaruh dari persaingan intraspesifik (Rosiyanti, et. al., 2022). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui perubahan jumlah populasi yang diturunkan terhadap waktu sehingga fenomena dari perubahan jumlah populasi dapat dimodelkan dengan model logistik. Laju pertumbuhan populasi (r) dalam model pertumbuhan logistik digunakan untuk mengetahui daya tumbuh populasi dan kapasitas batas lingkungan atau *Carrying Capacity* (k) digunakan sebagai faktor penghambat pertumbuhan populasi. kemudian mencari proyeksi sensus penduduk untuk waktu yang akan datang menggunakan Microsoft Excel.

Beberapa penelitian terdahulu menentukan proyeksi pertumbuhan penduduk diberbagai daerah diantaranya, Anggreini, (2018) melakukan penelitian menentukan proyeksi penduduk di Kabupaten Tulungagung dengan menerapkan Persamaan Diferensial Verhulst. Anggreini, (2020), menerapkan model populasi kontinu pada perhitungan proyeksi penduduk di Jawa Timur. Pandu (2020), memprediksi penduduk Kabupaten Alor dengan menggunakan model pertumbuhan logistik. Pratiwi (2020) menggunakan aplikasi persamaan diferensial model populasi logistik untuk mengestimasi penduduk di Kota Balikpapan. Putri et al., (2022) memprediksi jumlah penduduk dengan persamaan logistik menggunakan metode ADAMS-BASHFORT-MOULTON. Rosiyanti et al., (2022) menggunakan model pertumbuhan logistik untuk menentukan proyeksi penduduk di Kabupaten Banyumas. Tang et al., (2021).

menerapkan model eksponensial dan model logistik untuk proyeksi penduduk tahun 2024 di Kabupaten Alor.

Berbeda dari beberapa penelitian terdahulu penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model pertumbuhan logistik dalam memproyeksikan jumlah penduduk di Kabupaten Sumenep.

LANDASAN/KAJIAN TEORI

Model pertumbuhan logistic atau di kenal juga dengan model terpaut kepadatan merupakan model pertumbuhan populasi yang mencerminkan pengaruh dari persaingan intraspesifik (Rosyanti, et al., 2022). Penghambatan pertumbuhan populasi bisa dijelaskan secara matematika dengan menambahkan variabel pengaruh kepadatan ke dalam persamaan eksponensial (Tang et al., 2021).

Salah satu model pertumbuhan populasi adalah model pertumbuhan logistik (*logistic growth models*) (Pandu, 2020). Dengan menggunakan kaidah logistik (*logistic law*) bahwa persediaan logistik ada batasnya, model ini mengasumsikan bahwa pada masa tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (*equilibrium*) (Pratiwi, 2020). Pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama, sehingga grafiknya akan mendekati konstan (*zero growth*). Misalkan $N(t)$ menyatakan jumlah populasi pada saat t , dan R_0 menyatakan laju pertumbuhan populasi (Uce et al., 2017).

METODE PENELITIAN

Langkah-langkah

Pada metode kali ini kami menggunakan model pertumbuhan logistik, ada beberapa langkah pada metode penelitian yang kami teliti :

Langkah pertama yaitu menentukan model apa yang akan kami amati, langkah kedua yaitu menentukan subjek penelitian jumlah penduduk di Kabupaten yang ingin kami amati dari tahun 2010 sampai tahun 2020. Alasan mengapa jumlah penduduk di Kabupaten Sumenep memilih dari tahun 2010, dikarenakan sesuai dengan laporan data BPS Pusat Jawa Timur bahwa mulai tahun 2010 jumlah penduduk Indonesia masuk dalam jumlah penduduk terbesar ke-4 di dunia. Adapun untuk tahun 2020 dikarenakan data sekunder tersebut merupakan data yang paling baru disajikan oleh Badan Pusat Statistik (BPS), langkah ketiga yaitu mencari sensus penduduk yang kami amati di berbagai sosial media dan disini kami mendapatkan sensus penduduk di aplikasi google dari data BPS (Badan Pusat Statistik) Kabupaten Sumenep Pulau Madura, langkah keempat yaitu analisis data dan langkah terakhir atau langkah kelima yaitu menarik kesimpulan.

Peubah yang kami amati dalam penelitian kali ini ialah r (laju pertumbuhan intrinsic) dan N (jumlah populasi saat t). Yang dimaksud dengan r adalah laju pertumbuhan intrinsic (*intrinsic growth rate*), yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi (*carrying capacity*) yaitu ukuran maksimum dari suatu populasi. Dalam hal ini diasumsikan $r > 0$ mengingat setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak, sehingga dari asumsi di atas dapat diturunkan suatu model pertumbuhan populasi yang dikenal dengan persamaan logistic (Uce et al., 2017).

Pada model pertumbuhan logistik (*logistic growth model*) menggunakan kaidah logistik (*logistic law*) bahwa persediaan logistik ada batasnya. Model ini mengasumsikan bahwa pada masa tertentu

jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (*equilibrium*). Pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama, sehingga grafiknya akan mendekati konstan (*zero growth*) (Pratiwi, 2020).

Teknik Analisis Data

Teknik yang digunakan dalam menganalisis bentuk dan model penelitian ini adalah sebagai berikut: a) Mengkonstruksi model persamaan diferensial verhulst/logistik. b) Mencari solusi dari persamaan differensial $\frac{dN}{dt} = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right)$. c) Menentukan waktu yang diukur dan jumlah populasi awal serta populasi pada tahun selanjutnya dimisalkan saat $t = 0$ yaitu N_0 , saat $t = 1$ yaitu N_1 dan saat $t = 2$ yaitu N_2 . d) Menentukan kapasitas tampung (*carrying capacity*). e) Mencari laju pertumbuhan penduduk (*intrinsic growth rate*) menggunakan solusi model persamaan logistik. f) Menghitung jumlah penduduk di Kabupaten Sumenep dengan solusi persamaan logistik. g) Menentukan proyeksi jumlah penduduk di Kabupaten Sumenep menggunakan model pertumbuhan logistik yang nilainya cukup mendekati hasil sensus dengan mencari nilai MAPE tiap masing-masing model. h) Menentukan proyeksi penduduk di Kabupaten Sumenep dengan aplikasi Microsoft Excel.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Model ini pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan dan juga seorang ahli biologi berkebangsaan Belanda, yaitu *Pierre Francois Verhulst* pada tahun 1838, hal ini diakibatkan karena model pertumbuhan alami tidak cukup tepat untuk populasi yang cukup besar dan

tempatya terbatas dikarenakan padatnya populasi yang akan mengurangi populasi itu sendiri sehingga dapat menimbulkan hambatan. Perubahan jumlah populasi setiap waktu merupakan salah satu penanda terjadinya pertumbuhan populasi yang dipengaruhi oleh jumlah kelahiran, kematian dan migrasi. Salah satu model pertumbuhan adalah model pertumbuhan kontinu khususnya model logistik. Model ini merupakan pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial yang pertama kali dicetuskan oleh Maltus. Model pertumbuhan populasi logistik ini merupakan penyempurnaan dari model pertumbuhan eksponensial. Model logistik digunakan karena pada kenyataan di alam bahwa besar kecilnya populasi bergantung pada kerapatannya, sehingga laju kelahiran dan laju kematian tidak konstan. Bentuk yang paling sederhana untuk laju pertumbuhan relatif yang mengakomodasi asumsi ini adalah:

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = k \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (1)$$

Kedua ruas dikalikan dengan N , maka diperoleh model untuk pertumbuhan populasi yang dikenal persamaan diferensial logistik;

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (2)$$

Perhatikan dari persamaan (2) bahwa jika N kecil dibandingkan dengan K , maka N/K mendekati 0 dan $dN/dt \approx rN$. Namun, jika $N \rightarrow K$ (populasi mendekati kapasitas tampungnya), maka $N/K \rightarrow 1$ sehingga $\frac{dN}{dt} \rightarrow 1$. Jika populasi N berada di antara 0 dan K , maka ruas kanan pada persamaan (2) bernilai positif, sehingga $\frac{dN}{dt} \rightarrow 1$ dan populasi naik. Tetapi jika populasi melampaui kapasitas tampungnya ($N > K$), maka $1 - \frac{N}{K}$ negatif, sehingga $\frac{dN}{dt} < 0$ dan

populasi turun. Solusi persamaan logistik dapat diperoleh melalui langkah-langkah berikut ini:

$$\frac{dN}{N\left(1-\frac{N}{K}\right)} = r dt$$

$$\int \frac{dN}{N\left(1-\frac{N}{K}\right)} = \int r dt$$

$$\ln N - \ln(K - N) = rt + c$$

$$N = \frac{Ke^{rt+c}}{1+e^{rt+c}} \quad (3)$$

Dari persamaan (3) diatas jika nilai awal $t = 0$ dan $(0) = N_0$ kemudian disubstitusikan pada persamaan (3) akan memperoleh $\ln(N_0/K - N_0)$ selanjutnya nilai c tersebut akan disubstitusikan pada persamaan (3), maka model logistic tersebut akan memperoleh solusi khusus :

$$N = \frac{Ke^{rt+\ln\left(\frac{N_0}{K-N_0}\right)}}{1+e^{rt+\ln\left(\frac{N_0}{K-N_0}\right)}}$$

$$N = \frac{K}{\left(\frac{K}{N_0}e^{-rt} - e^{-rt} + 1\right)}$$

$$N = \frac{K}{e^{-rt}\left(\frac{K}{N_0}-1\right)+1} \quad (4)$$

Keterangan :

- $N(t)$: Jumlah populasi pada waktu t
- N_0 : Jumlah populasi awal pada $t = 0$
- K : Daya tampung (*carrying capacity*) dari suatu daerah untuk populasi
- r : Laju pertumbuhan intrinsik (*intrinsic growth rate*)
- t : Menyatakan waktu

Data Jumlah Penduduk di Kabupaten Sumenep

Kabupaten Sumenep termasuk dalam kategori daerah beriklim tropis basah dan kering dengan luas wilayah 2.094 km² dan pulau yang tersebar berjumlah 126 pulau dengan jumlah penduduk sebanyak 1.124.436 jiwa dan kepadatan penduduk sebanyak 536/km². Data dari jurnal ini

penulis menggunakan data penduduk di Kabupaten Sumenep dengan sensus penduduk pada tahun 2010 sampai tahun 2020 yang diperoleh dari BPS (Badan Pusat Statistik) Kabupaten Sumenep.

Tabel 1. Sensus penduduk Kabupaten Sumenep

Tahun	Sensus
2010	1044588
2011	1050678
2012	1056415
2013	1061211
2014	1067202
2015	1072113
2016	1076805
2017	1081204
2018	1085227
2019	1088910
2020	1124436

Pada tabel 1 di atas jika kita melakukan perbandingan jumlah penduduk dari tahun 2010-2020 maka akan mengalami kenaikan atau peningkatan.

Pada tabel 1 sensus penduduk Kabupaten Sumenep bisa diasumsikan terlebih dahulu untuk menentukan model logistic bahwa t (waktu) dapat diukur pada tahun, misal pada tahun 2010 t (waktu) nya sama dengan 0 karena pada tabel 1 awal permulaan tahun menggunakan tahun 2010, tahun 2011 nilai t nya sama dengan 1 dan seterusnya. Nilai $N(0)$ dapat diambil dari nilai sensus di masing-masing tahun maka nilai sensus pada tahun 2010 berjumlah 1.044.588 tahun 2011 nilai $N(1)=1.050.678$ dan seterusnya. maka langkah berikutnya peneliti menentukan nilai kapasitas tampung yaitu K .

$$N(t)_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \frac{a}{b}$$

$$= \frac{N_1(2N_0N_2 - N_2N_1 - N_0N_1)}{N_0N_2 - (N_1)^2} \quad (5)$$

Untuk memperoleh nilai kapasitas tampung nilai N_0 harus disubstitusikan pada persamaan (5) maka akan memperoleh

$$N(t)_{max} = \lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \frac{a}{b}$$

$$= \frac{N_1(2N_0N_2 - N_2N_1 - N_0N_1)}{N_0N_2 - (N_1)^2}$$

$$= \frac{1.050.678 (2 \times 1.044.588 \times 1.056.415 - 1.056.415 \times 1.050.678 - 1.044.588 \times 1.050.678)}{1.044.588 \times 1.056.415 - (1.050.678)^2}$$

$$K = 1.141.132,5$$

Nilai K dan N_0 disubstitusikan pada persamaan (4) maka akan memperoleh:

$$N(t) = \frac{K}{e^{-rt} \left(\frac{K}{N_0} - 1 \right) + 1}$$

$$N = \frac{1.141.132,5}{e^{-rt} \left(\frac{1.141.132,5}{1.044.588} - 1 \right) + 1}$$

$$N = \frac{1.141.132,5}{e^{-rt(0,09242)} + 1} \quad (6)$$

Untuk mencari mencari nilai r pada tahun 2011 dengan nilai t sama dengan 1 dan nilai (1) = 1.050.678, maka disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan :

$$1.050.678 = \frac{1.141.132,5}{e^{-rt(0,09242)} + 1}$$

$$e^{-r} (0,09242) = \frac{1.141.132,5 - 1.050.678}{1.050.678}$$

$$r = 0,07095$$

Nilai r pada $N(1)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-t(0,07093)} + 1} \quad \text{model I}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2012 dengan nilai t sama dengan 2 dan nilai $N(2) = 1.056.415$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.050.678 = \frac{1.141.132,5}{e^{-rt(0,09242)} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-2r} = \frac{1.141.132,5 - 1.056.415}{1.056.415}$$

$$r = 0,07095$$

$$(t) = \frac{a}{b}$$

Penyelesaian selanjutnya:

Nilai r pada $N(2)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07095)} + 1} \quad \text{model II}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2013 dengan nilai t sama dengan 3 dan nilai $N(3) = 1.061.211$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.061.211 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-3r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-3r} = \frac{1.141.132,5 - 1.061.211}{1.061.211}$$

$$r = 0,06823$$

Nilai r pada $N(3)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,06823)} + 1} \quad \text{model III}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2014 dengan nilai t sama dengan 4 dan nilai $N(4) = 1.067.202$ disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.067.202 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-4r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-4r} = \frac{1.141.132,5 - 1.067.202}{1.067.202}$$

$$r = 0,07206$$

Nilai r pada $N(4)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07206)} + 1} \quad \text{model IV}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2015 dengan nilai t sama dengan 5 dan nilai $N(5) = 1.072.113$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.072.113 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-5r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-5r} = \frac{1.141.132,5 - 1.072.113}{1.072.113}$$

$$r = 0,07231$$

Nilai r pada $N(5)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07231)+1}} \quad \text{model V}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2016 dengan nilai t sama dengan 6 dan nilai $N(6) = 1.076.805$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.076.805 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-6r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-6r} = \frac{1.141.132,5 - 1.076.805}{1.076.805}$$

$$r = 0,07272$$

Nilai r pada $N(6)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07272)+1}} \quad \text{model VI}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2017 dengan nilai t sama dengan 7 dan nilai $N(7) = 1.081.204$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.081.204 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-7r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-7r} = \frac{1.141.132,5 - 1.081.204}{1.081.204}$$

$$r = 0,07303$$

Nilai r pada $N(7)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07303)+1}} \quad \text{model VII}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2018 dengan nilai t sama dengan 8 dan nilai $N(8) = 1.085.227$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.085.227 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-8r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-8r} = \frac{1.141.132,5 - 1.085.227}{1.085.227}$$

$$r = 0,07305$$

Nilai r pada $N(8)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07305)+1}} \quad \text{model VIII}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2019 dengan nilai t sama dengan 9 dan nilai $N(9) = 1.088.910$, disubstitusikan pada persamaan (6) sehingga menghasilkan

$$1.088.910 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-9r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-9r} = \frac{1.141.132,5 - 1.088.910}{1.088.910}$$

$$r = 0,07288$$

Nilai r pada $N(9)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07288)+1}} \quad \text{model IX}$$

Untuk mencari nilai r pada tahun 2020 dengan nilai t sama dengan 10 dan nilai $N(10) = 1.056.415$, disubstitusikan pada persamaan (5) sehingga menghasilkan

$$1.124.436 = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-10r} + 1}$$

$$(0,09242)e^{-10r} = \frac{1.141.132,5 - 1.124.436}{1.124.436}$$

$$r = 0,18284$$

Nilai r pada $N(10)$ di atas disubstitusikan ke persamaan (6) akan menghasilkan

$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,18284)+1}} \quad \text{model X}$$

Hasil dari penyelesaian diatas memperoleh model logistik sebagai berikut:

1. Model logistik 1, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,09%
2. Model logistik 2, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,09%
3. Model logistik 3, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 6,8%
4. Model logistik 4, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,2%
5. Model logistik 5, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 9,2%
6. Model logistik 6, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,2%

7. Model logistik 7, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,3%
 8. Model logistik 8, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,3%
 9. Model logistik 9, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 7,2%
 10. Model logistik 10, menghasilkan nilai r tiap tahun perkiraan 18,2%
- Dari kesepuluh model logistik tersebut menghasilkan persamaan sebagai berikut :

1. Model logistik 1, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-t(0,07093)}+1}$
2. Model logistik 2, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07095)}+1}$
3. Model logistik 3, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,06823)}+1}$
4. Model logistik 4, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07206)}+1}$
5. Model logistik 5, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07231)}+1}$
6. Model logistik 6, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07272)}+1}$
7. Model logistik 7, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07303)}+1}$
8. Model logistik 8, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07305)}+1}$
9. Model logistik 9, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,07288)}+1}$
10. Model logistik 10, menghasilkan persamaan $N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0,18284)}+1}$

Dari kesepuluh model logistik tersebut menghasilkan tabel 2 sensus penduduk Sumenep sebagai berikut :

Tabel 2. Sensus penduduk Kabupaten Sumenep menggunakan model logistik

Tahun	Sensus
2010	1044588
2011	1050678
2012	1056415
2013	1061211
2014	1067202
2015	1072113
2016	1076805
2017	1081204
2018	1085227
2019	1088910
2020	1124436
Model 1	Model 2
1044591.366	1044591.366
1050677.824	1050679.49
1056411.681	1056414.819
1061809.514	1061813.943
1066887.604	1066893.157
1071661.875	1071668.399
1076147.839	1076155.193
1080360.556	1080368.61
1084314.596	1084323.234
1088024.019	1088033.133
1091502.353	1091511.846
Model 3	Model 4
1044591.366	1044591.366
1050452.7	1050771.891
1055987.179	1056588.765
1061209.572	1062059.362
1066134.398	1067200.741
1070775.878	1072029.575
1075147.884	1076562.098
1079263.908	1080814.057
1083137.031	1084800.674
1086779.897	1088536.627
1090204.703	1092036.023
Model 5	Model 6
1044591.366	1044591.366
1050792.69	1050826.791
1056627.896	1056692.036
1062114.539	1062204.954
1067269.853	1067383.066
1072110.679	1072243.495

1076653.413	1076802.905	0.084075	0.083279
1080913.956	1081077.453	0.081364	0.080527
1084907.68	1085082.752	2.928904	2.928059
1088649.398	1088833.845	0.336197	0.335718
1092153.35	1092345.185	MAPE 3	MAPE 4
Model 7	Model 8	0.000322	0.000322
1044591.366	1044591.366	0.021443	0.008936
1050852.567	1050854.23	0.040497	0.016449
1056740.503	1056743.629	0.000135	0.079943
1062273.252	1062277.656	0.100037	0.000118
1067468.559	1067474.071	0.124718	0.007781
1072343.759	1072350.223	0.153892	0.022558
1076915.72	1076922.992	0.179438	0.036066
1081200.794	1081208.744	0.192584	0.039284
1085214.78	1085223.288	0.195618	0.034289
1088972.894	1088981.853	3.044308	2.881442
1092489.755	1092499.068	0.405299	0.312719
Model 9	Model 10	MAPE 5	MAPE 6
1044591.366	1044591.366	0.000322	0.000322
1050840.096	1059570.229	0.010916	0.014161
1056717.054	1072378.011	0.020153	0.026224
1062240.211	1083284.382	0.085142	0.093662
1067427.203	1092539.094	0.006358	0.016966
1072295.261	1100368.925	0.000217	0.012172
1076861.156	1106976.581	0.014078	0.000195
1081141.143	1112540.985	0.026826	0.011704
1085150.932	1117218.466	0.029424	0.013292
1088905.656	1121144.473	0.023932	0.006994
1092419.853	1124435.574	2.871008	2.853948
		0.308838	0.304964
		MAPE 7	MAPE 8
		0.000322	0.000322
		0.016615	0.016773
		0.030812	0.031108
		0.100098	0.100513
		0.024977	0.025494
		0.021524	0.022127
		0.010282	0.010958
		0.000296	0.000439
		0.001126	0.000342
		0.005776	0.006599
		2.841091	2.840262
		0.305292	0.305494

Selanjutnya mencari nilai mape dari masing-masing model dengan rumus

$$\sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{\hat{y}_t} \right| \times 100\%$$

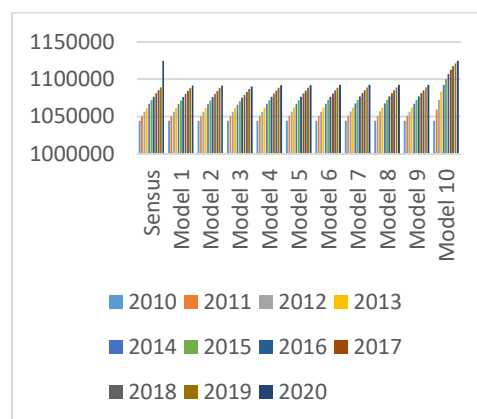
Tabel 3. Nilai MAPE

MAPE 1	MAPE 2
0.000322	0.000322
0.000017	0.000142
0.000314	0.000017
0.056399	0.056816
0.029460	0.028940
0.042078	0.041470
0.061029	0.060346
0.078010	0.077265

MAPE 9	MAPE 10
0.000322	0.000322
0.015428	0.846332
0.028592	1.511055
0.096985	2.080018
0.021102	2.374161
0.017000	2.635536
0.005215	2.801954
0.005814	2.898342
0.007009	2.947905
0.000399	2.960251
2.847307	0.000038
0.304517	2.105592

Kemudian dari hasil tersebut akan kami bandingkan dengan hasil sensus yang sebenarnya, dan model yang paling dekat dengan grafik data BPS (data sebenarnya) dinamakan model yang akurat (terbaik) (Tang et al., 2021), disini kami mencari nilai MAPE dari masing-masing model untuk mengetahui nilai sensus yang paling dekat dengan grafik data BPS. Apabila ditampilkan dalam bentuk grafik maka grafik yang paling dekat dengan grafik data BPS dinamakan model terbaik (Pratiwi, 2020). Dari hasil MAPE yang telah kami peroleh, model 9 yang nilai sensusnya paling mendekati nilai sebenarnya, sehingga dapat kami simpulkan bahwa model terbaik dari 10 model tersebut yaitu model 9. Maka model 9 yang digunakan untuk memprediksi sensus penduduk pada tahun 2040 dan tahun selanjutnya.

Oleh sebab itu maka jika di lihat dari diagram batang, perbandingan dari hasil 10 model dengan hasil sensus adalah sebagai berikut :



Gambar 1 : Diagram batang berdasarkan perbandingan antara hasil 10 model dengan hasil sensus.

Sepuluh model tersebut sudah dapat kami lihat bahwa model logistic 9 lebih memberikan hasil yang cukup mendekati dan juga keakuratan yang sangat baik dibandingkan model logistic 1,2,3,4,5,6,7,8 dan 10. Oleh karena itu untuk memprediksi sensus penduduk pada tahun 2040 menggunakan model logistik 9.

Prediksi Jumlah Penduduk Di Kabupaten Sumenep Pada Tahun 2040

Karena model logistik 9 digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk di Kabupaten Sumenep pada tahun 2040, maka persamaan modelnya adalah:

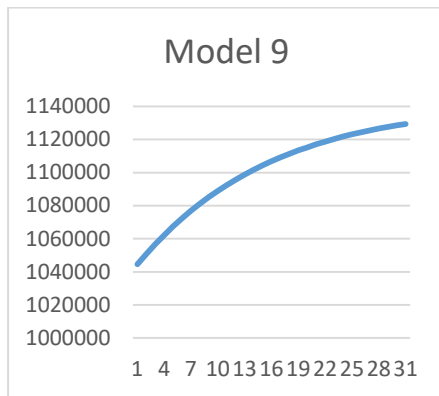
$$N = \frac{1.141.132,5}{(0,09242)e^{-(0.07288)t} + 1}$$

Laju pertumbuhan intrinsik (r) di dapat dari model tersebut menghasilkan 7,28% per tahun. Apabila memprediksi sensus penduduk tahun 2040 maka didistribusikan pada model 9 untuk $t = 30$. Akan diperoleh :

$$N = \frac{1.141.132,5}{1.010.381} = 1.127.590,627$$

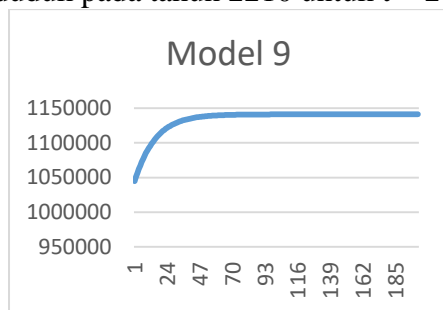
Nilai sensus penduduk Sumenep pada tahun 2040 jika menggunakan model 9 menghasilkan 1.127.590,627 jiwa.

Jika ditampilkan dalam bentuk grafik dengan menggunakan tahun 2040 dan untuk $t = 30$ maka sensus penduduk kabupaten sumenep tiap tahunnya akan meningkat.



Gambar 2 : grafik dengan $t = 30$

Langkah berikutnya penulis akan memproyeksikan pertumbuhan sensus penduduk pada tahun 2210 untuk $t = 200$.



Gambar 3 : Jumlah penduduk kabupaten sumenep dengan waktu (t) 200

Berdasarkan dari grafik di atas proyeksi pertumbuhan sensus penduduk dalam tahun ke tahun akan mendekati kapasitas tampung (*carrying capacity*) akan tetapi tidak akan melebihi kapasitas tampungnya.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang kita amati mendapatkan nilai kapasitas tampung penduduk di Kabupaten Sumenep pulau madura sebesar 1.141.132,5 jiwa, dengan nilai r sebesar 0,07288 dan jika dicari sensus penduduk tahun 2040 menggunakan model logistik sebesar 1.127.590,627 jiwa.

Berdasarkan hasil yang kita amati model logistik 9 lah yang lebih tepat digunakan pada penduduk Kabupaten Sumenep untuk dijadikan model terbaik,

karena dari hasil yang kami peroleh dengan mencari nilai mape dari masing-masing model nilai yang mendekati nilai sensus sebenarnya yaitu pada model 9, jika dalam bentuk grafik maka model terbaik apabila model grafik mendekati data sebenarnya sehingga sensus penduduk di Kabupaten Sumenep pulau madura dalam tahun ke tahun akan mendekati kapasitas tampung (*carrying capacity*) akan tetapi tidak akan melebihi kapasitas tampungnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Anggreini, D. (2018). Penerapan Persamaan Diferensial Verhulst dalam Menentukan Proyeksi Penduduk di kabupaten Tulungagung. *Jurnal Fourier*, 7(2), 87-102.
- Anggreini, D. (2020). Penerapan Model Populasi Kontinu pada Perhitungan Proyeksi Penduduk di Indonesia (Studi kasus: Provinsi Jawa Timur). *E-Jurnal Matematika*, 9(4), 229-239.
- Pandu, Y., K. (2020). Prediksi Penduduk Kabupaten Alor dengan Menggunakan Model Pertumbuhan Logistik pada Beberapa Tahun Mendatang. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika*, 2(1), 71-81.
- Pratiwi, C. D. (2020). Aplikasi Persamaan Diferensial Model Populasi Logistik untuk Mengestimasi Penduduk di Kota Balikpapan. *AdMathEdu*, 10(1), 63-76.
- Putri, S. R., Noviani, E & Yudhi. (2022). Prediksi Jumlah Penduduk dengan Persamaan Logistik Menggunakan Metode ADAMS-BASHFORT-MOULTON. *Buletin Ilmiah Mat. Stat dan Terapannya (Bimaster)*, 11(1), 159-166.

- Rosiyanti, Sugandha, A., Suwali. (2022). Aplikasi Model Pertumbuhan Logistik Dalam Menentukan Proyeksi Penduduk Di Kabupaten Banyumas. *Perwira Journal of Science & Engineering*, 2(2), 28-36.
- Tang, P. & Tay, E. (2021). Penerapan Model Eksponensial dan Model Logistik untuk Proyeksi Penduduk Tahun 2024 di Kabupaten Alor. *SAINSTEK*, 5(1), 316-326
- Uce, Silvi, P., Suhaemi, R., & Kartika, H. (2017). Aplikasi Metode Eksponensial dan Logistik dalam Meramalkan Jumlah Penduduk Kabupaten Karawang pada Tahun 2020. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika (SESIOMADIKA) 2017*, 6-13.