APLIKASI PEWARNAAN GRAF PADA MASALAH PENYUSUNAN JADWAL PERKULIAHAN DI UNIVERSITAS KUNINGAN

Daswa[1)] Mohamad Riyadi[2)]
[1)]Program Studi Teknik Informatika, FKOM, Universitas Kuningan; Jln. Cut Nyak Dien No. 36A, Cijoho, Kuningan;
daswa77@gmail.com
[2)]Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Kuningan; Jln. Cut Nyak Dien No. 36A, Cijoho, Kuningan;
mohamadriyadi2208@gmail.com

Abstract

At the beginning of the semester, the study program must arrange a lecture schedule. Among the problems faced is when there are students who take courses at once in one semester. By identifying the course as a knot, the schedule arrangement can be overcome by dyeing the vertex of the graph, by applying the Welch-Powell algorithm. Graph coloring results are neighboring nodes given different colors. With this method can be determined lecture schedule so that no clashing occurs. And courses that can be done simultaneously, that is, the node with the same color.

Keywords: Lecture Schedule, Graf Staining, Welch-Powell Algorithm

Abstrak

Pada awal semester, program studi harus menyusun jadwal perkuliahan. Di antara masalah yang dihadapi adalah bila terdapat mahasiswa yang mengambil mata kuliah sekaligus dalam satu semester. Dengan mengidentifikasi mata kuliah sebagai simpul, penyusunan jadwal dapat diatasi dengan pewarnaan simpul graf, yaitu dengan menerapkan algoritma Welch-Powell. Hasil pewarnaan graf yaitu simpul-simpul yang bertetangga diberi warna yang berbeda. Dengan metode ini dapat ditentukan jadwal perkuliahan sehingga tidak terjadi bentrok. Dan mata kuliah yang dapat dilakukan bersamaan, yaitu, simpul dengan warna yang sama.

Kata Kunci: *Jadwal Perkuliahan, Pewarnaan Graf, Algoritma Welch-Powell*

PENDAHULUAN

Agenda rutin di awal semester yang dihadapi setiap program studi, khususnya di Universitas Kuningan, adalah penyusunan jadwal perkuliahan yang kadang merupakan persoalan yang rumit. Misalnya masih sering terjadi permasalahan jadwal yang bertumbukan. Hal tersebut terjadi karena keterbatasan ruang dan waktu kuliah, dosen yang mengampu lebih

©Program Studi Pendidikan Matematika

dari satu mata kuliah dan mahasiswa yang mengulang atau mengambil beberapa mata kuliah sekaligus dalam satu semester. Masalah lain yang dihadapi, pada pelaksanaannya, adalah ketika jadwal perkuliahan sudah disusun, seringkali mengalami perubahan. Hal ini mengakibatkan perkuliahan berjalan tidak efektif karena harus melakukan penyusunan ulang jadwal perkuliahan untuk penyesuaian jadwal sesuai dengan kondisi sebenarnya.

Dalam penyusunan jadwal perkuliahan, beberapa komponen penjadwalan seperti mata kuliah, dosen, ruang dan waktu perlu dipetakan dalam bentuk *timeslot* dengan mempertimbangkan kendala yang ada. Proses penyusunan ini cukup rumit. Terlebih lagi bila penyusunan dilakukan secara manual. Selain memerlukan waktu yang lama, pelanggaran terhadap kendala sering dilakukan. Pelanggaran kendala seperti jadwal yang bentrok menyebabkan jadwal yang tersusun tidak rapi dan harus disusun ulang.

Untuk peningkatan mutu pelayanan akademik di universitas, perlu dicari solusi agar kondisi seperti ini tidak terus berulang di tiap memulai semester baru. Salah satu teknik untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah menggunakan metode pewarnaan simpul graf (Bondy & Murty, 1976; Munir, 2014). Mata kuliah, dosen, ruang dan waktu kuliah diidentifikasikan sebagai simpul (*vertices*). Setiap simpul yang mana mata kuliah tersebut diampu oleh dosen yang sama atau ruang/waktu yang sama dihubungkan dengan sisi (*edges*) atau busur (*arc*) yang artinya mata kuliah tersebut tidak dapat dilakukan secara bersamaan.

Salah satu algoritma untuk menyelesaikan permasalah pewarnaan simpul graf adalah algoritma Welch-Powell (Munir, 2014). Algoritma ini diterapkan dalam penyusunan jadwal mata kuliah dan jadwal ujian (Astuti, 2011; Harianto & Fatdha, 2016; Anasrul, 2017; Munarto & Permata, 2017). Fokus penelitian ini adalah pada aplikasi pewarnaan simpul graf untuk meminimumkan konflik pewarnaan dengan kendala terdapat mahasiswa yang mengambil beberapa mata kuliah secara bersamaan.

KAJIAN TEORI

Beberapa definisi pada bab ini dirangkum dari beberapa referensi, di antaranya Bondy & Murty (1976), Hartsfield & Ringel (1990) dan Munir (2014).

1. Graf

Teori graf merupakan sebuah pokok bahasan yang memiliki banyak terapan sampai saat ini. Terutama dalam pewarnaan graf, di antaranya untuk masalah penjadwalan, perjalanan pedagang (Gibbons, 1985) dan alokasi frekuensi (Riihijarvi, *et. al.*, 2005). Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Graf pertama kali digunakan untuk memecahkan masalah jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Pada tahun tersebut, seorang matematikawan Swiss bernama L. Euler berhasil memecahkan masalah

©Program Studi Pendidikan Matematika

jembatan Konigsberg tersebut. Ia memodelkan masalah ini ke dalam bentuk graf dengan daratan (titik-titik yang dihubungkan oleh jembatan) dimodelkan sebagai noktah atau *vertex* dan jembatan dinyatakan sebagai garis atau *edge*.

Definisi sebuah graf secara matematis adalah sebagai pasangan himpunan sejumlah simpul (*vertices*) dan himpunan sisi (*edges*). Graf ditulis dengan notasi $G = (V, E)$, yang dalam hal ini V ialah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*), $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, dan E ialah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*), $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, yang menghubungkan sepasang simpul.

Jumlah simpul pada graf disebut kardinalitas graf, dinyatakan dengan $n = |V|$, dan jumlah sisi dinyatakan dengan $m = |E|$.

2. Pewarnaan Graf

Dalam teori graf, dikenal istilah pewarnaan graf (*graph coloring*) yaitu sebuah metode untuk memberi label pada sebuah graf. Label tersebut bisa diberi pada simpul, maupun sisi.

Pewarnaan simpul dari sebuah graf adalah memberi warna pada simpul-simpul suatu graf sedemikian sehingga tidak ada dua simpul bertetangga yang memiliki warna yang sama. Kita dapat memberikan sembarang warna pada simpul-simpul asalkan berbeda dengan simpul-simpul tetangganya. Sebuah pewarnaan yang menggunakan beberapa buah warna biasanya disebut dengan *n-coloring*. Ukuran terkecil banyaknya warna yang dapat diberikan kepada sebuah graf *G* dinamakan dengan bilangan kromatik, yang dilambangkan dengan $\chi(G)$. Beberapa graf tertentu dapat langsung diketahui jumlah bilangan kromatiknya. Graf kosong memiliki $\chi(G)$ sebanyak 1 karena semua simpul tidak terhubung, sehingga untuk mewarnai semua simpulnya cukup dengan satu warna saja. Graf lengkap memiliki $\chi(G) = n$ karena semua simpul saling terhubung satu sama lain. Graf lingkaran dengan *n* ganjil memiliki $\chi(G) = 3$, sedangkan jika *n* genap maka $\chi(G) = 2$.

Pewarnaan sisi sebuah graf berarti cara pemberian warna pada garis sedemikian rupa sehingga setiap garis yang bertumpuan pada titik yang sama diberi warna yang berbeda. Pewarnaan sisi *k* dengan warna-warna dinamakan pewarnaan sisi *k*. Angka terkecil dari warna-warna yang dibutuhkan untuk pewarnaan sisi graf G disebut sebagai indeks kromatik atau angka kromatik sisi, $\chi'(G)$.

METODE PENELITIAN

Algoritma Pewarnaan Graf

Algoritma Welch-Powell dapat digunakan untuk mewarnai sebuah graf secara efisien. Akan tetapi algoritma ini tidak selalu memberikan jumlah minimum warna yang diperlukan untuk mewarnai. Walaupun demikian, algoritma ini praktis untuk digunakan dalam mewarnai simpul graf.

Algoritma Welch-Powell ini dinyatakan sebagai berikut :

1. Urutkan simpul-simpul dalam graf G dalam derajat yang menurun.
2. Gunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat paling tinggi) dan simpul-simpul lain (sesuai dengan urutannya) yang tidak

©Program Studi Pendidikan Matematika

bertetangga dengan simpul yang pertama ini.

3. Mulailah lagi dengan simpul yang memiliki derajat tertinggi berikutnya dalam daftar terurut yang masih belum diwarnai. Ulangi proses ini dengan menggunakan warna kedua.
4. Ulangi penambahan warna-warna sampai semua simpul telah diwarnai.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Permasalahan penyusunan jadwal perkuliahan dihadapkan dengan beberapa batasan komponen-komponen terkait, antara lain mata kuliah, mahasiswa, dosen, ruang kuliah dan waktu yang tersedia. Pada penelitian awal ini, komponen yang dipertimbangkan adalah mata kuliah dan banyaknya mahasiswa. Sebagai studi kasus, jadwal perkuliahan yang ditinjau adalah jadwal pada program studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Kuningan. Pada program studi Pendidikan Matematika, pada TA 2016-2017 semester gasal, mata kuliah tiap tingkat angkatan mahasiswa dirangkum pada tabel 1.

Tabel 1
Mata kuliah tiap tingkat angkatan mahasiswa

No	Tingkat mahasiswa	Banyaknya mata kuliah
1	I	8
2	II	8
3	III	8
4	IV	3

Jadwal perkuliahan yang ditinjau adalah jadwal perkuliahan setiap tingkat dengan terdapat mahasiswa yang mengambil mata kuliah ke tingkat bawah dan ke tingkat atas. Kondisi yang merepresentasikan kasus ini ditunjukkan pada tabel 2.

©Program Studi Pendidikan Matematika

Tabel 2
Mata kuliah yang diambil oleh tiap tingkat mahasiswa

Tk. mhs	Mata Kuliah																					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	D1	D2	D3
I	1	1	1	1	1	1	1	1																			
II									1	1	1	1	1	1	1	1											
III									1								1	1	1	1	1	1	1	1	1		
IV	1																1								1	1	1

Keterangan: Angka 1 menyatakan bahwa mahasiswa tersebut mengambil suatu mata kuliah

Gambar 1
Graf yang Menyatakan Pengambilan Mata Kuliah dengan Ada Mahasiswa yang Mengambil Mata Kuliah di Semester Bawah dan Semester Atas

©Program Studi Pendidikan Matematika

Tabel 3
Simpul Bertetangga dari Graf Kasus 3

MK	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	D1	D2	D3
A1		1	1	1	1	1	1	1																	1	1	
A2	1		1	1	1	1	1	1																			
A3	1	1		1	1	1	1	1																			
A4	1	1	1		1	1	1	1																			
A5	1	1	1	1		1	1																				
A6	1	1	1	1	1		1	1																			
A7	1	1	1	1	1	1		1																			
A8	1	1	1	1	1	1	1																				
B1										1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
B2									1		1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	
B3									1	1		1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		
B4									1	1	1		1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		
B5									1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	
B6									1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
B7									1	1	1	1	1	1		1									1	1	
B8									1	1	1	1	1	1	1												
C1	1								1				1	1				1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
C2									1				1	1			1		1	1	1	1	1	1	1		
C3									1				1	1			1	1		1	1	1	1	1	1		
C4									1				1	1			1	1	1		1	1	1	1	1	1	
C5									1				1	1			1	1	1	1		1	1	1	1	1	
C6									1				1	1			1	1	1	1	1		1	1	1	1	
C7									1				1	1			1	1	1	1	1	1		1	1	1	
C8									1				1	1			1	1	1	1	1	1	1		1	1	
D1	1								1								1	1	1	1	1	1	1	1		1	1
D2	1																1			1	1				1		1
D3	1																1								1	1	

©Program Studi Pendidikan Matematika

Tabel 4
Pewarnaan Graf Berdasarkan Urutan Derajat dari Simpul

Urutan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Simpul-MK	9 B1	17 C1	25 D1	1 A1	18 C2	19 C3	20 C4	21 C5	22 C6	23 C7	24 C8	2 A2	3 A3	4 A4	5 A5	6 A6	7 A7	8 A8	10 B2	11 B3	12 B4	13 B5	14 B7	15 B7	16 B8	26 D2	27 D3
Derajat	16	13	13	11	9	9	9	9	9	9	9	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	4	4
Warna	a	b	c	a	d	e	f	g	h	i	i	b	c	d	e	f	g	h	b	c	d	e	f	g	h	a	d

Tabel 5
Mata Kuliah yang dapat Diadakan Secara Bersamaan

Simpul-MK	9 B1	1 A1	26 D2	17 C1	2 A2	10 B2	25 D1	3 A3	11 B3	18 C2	4 A4	12 B4	27 D3	19 C3	5 A5	13 B5	20 C4	6 A6	14 B6	21 C5	7 A7	15 B7	22 C6	8 A8	16 B8	23 C7	24 C8
Warna	a	a	a	b	b	b	c	c	c	d	d	d	d	e	e	e	f	f	f	g	g	g	h	h	h	i	j

Tabel 6
Mata Kuliah yang diambil oleh Tiap Tingkat Mahasiswa

Tk. mhs	Mata Kuliah																										
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	D1	D2	D3
I	1	1	1	1	1	1	1	1																			
II									1	1	1	1	1	1	1	1											
III									1								1	1	1	1	1	1	1	1	1		
IV	1																1								1	1	1

Keterangan: Angka 1 menyatakan bahwa mahasiswa tersebut mengambil suatu mata kuliah

©Program Studi Pendidikan Matematika

Permasalahan yang ditinjau adalah terdapat mahasiswa yang mengambil beberapa mata kuliah secara bersamaan. Hal ini mengakibatkan terdapat kemungkinan mahasiswa tidak dapat mengikuti semua kelas yang dikontraknya karena terdapat kesamaan jadwal beberapa mata kuliah yang diambilnya. Oleh karena itu, data mata kuliah yang diikuti tiap tingkat mahasiswa dinyatakan dalam bentuk graf, yaitu mata kuliah dinyatakan sebagai simpul-simpul graf dan hubungan mata kuliah yang diambil secara bersamaan oleh mahasiswa dinyatakan sebagai sisi graf. Bila terdapat dua mata kuliah yang diikuti oleh mahasiswa yang sama, mata kuliah tersebut akan dihubungkan oleh sisi. Hal ini bertujuan agar setiap jadwal tidak bentrok. Seperti yang ditunjukkan tabel 2, misalkan terdapat seorang mahasiswa tingkat III yang mengambil mata kuliah B1 di tingkat II dan mata kuliah D1 di tingkat IV, maka mata kuliah B1 serta D1 dan mata kuliah yang ada di tingkat III tidak boleh diselenggarakan dalam waktu yang sama. Demikian pula dengan adanya mahasiswa tingkat IV yang mengambil mata kuliah A1 di tingkat I dan C1 di tingkat III, maka mata kuliah A1 dan C1 dan mata kuliah yang ada di tingkat IV tidak boleh diselenggarakan secara bersamaan.

Agar lebih mudah dalam menganalisis graf, dibuat tabel simpul-simpul yang bertetangga. Untuk kasus di atas, penjadwalan ditunjukkan seperti pada tabel 3.

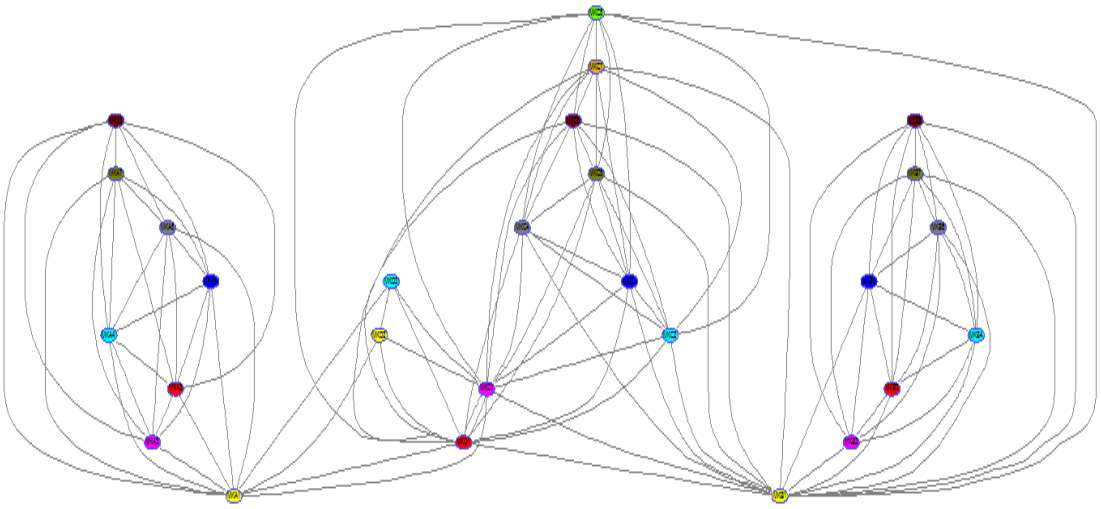
Setelah menyajikan tabel bertetangga, maka untuk menentukan pewarnaan simpul, digunakan algoritma Welch-Powell, yaitu mengurutkan simpul-simpul pada graf dalam derajat yang menurun kemudian mengunakan satu warna untuk mewarnai simpul pertama (yang mempunyai derajat paling tinggi) dan simpul simpul lain (sesuai dengan urutannya) yang tidak bertetangga dengan simpul yang pertama ini.

Untuk kasus tersebut, pewarnaan graf ditunjukkan oleh tabel 4. Dari tabel 4, diperoleh bilangan kromatik untuk kasus ini adalah 10. Pada kasus ini, terdapat mahasiswa tingkat III yang mengambil mata kuliah B1 di tingkat II dan D1 di tingkat IV, serta terdapat mahasiswa tingkat IV yang mengambil mata kuliah A1 di tingkat I dan C1 di tingkat III, seperti ditunjukkan tabel 2.

Beberapa mata kuliah dapat dilaksanakan secara bersamaan. Mata kuliah yang dapat diadakan secara bersamaan di antaranya yang pertama B1, A1 dan D2, yang kedua C1, A2 dan B2, yang ketiga D1, A3 dan B3, dan seterusnya. Lebih lengkap ditunjukkan tabel 5. Hasil penerapan algoritma Welch-Powell, secara umum, diperoleh bahwa penyusunan jadwal mata kuliah tingkat III, yaitu yang berlabel C, tidak bisa disatukan dengan mata kuliah tingkat II dan IV, yaitu yang berlabel B dan D, berturut-turut. Demikian juga dengan penyusunan jadwal mata kuliah tingkat IV, tidak bisa disatukan dengan mata kuliah tingkat I, yaitu yang berlabel A, dan III. Namun, algoritma ini juga menghasilkan mata

©Program Studi Pendidikan Matematika

kuliah tiap tingkat yang mungkin dilaksanakan secara bersamaan, yaitu mata kuliah C2, 4, B4 dan D3.



Gambar 2
Graf yang Menyatakan Pengambilan Mata Kuliah dengan Ada Mahasiswa yang Mengambil Mata Kuliah di Semester Bawah dan Semester Atas Setelah Diwarnai

Penerapan algoritma Welch-Powell menghasilkan pewarnaan simpul graf sehingga simpul-simpul yang bertetangga diwarnai dengan warna berbeda. Pewarnaan simpul graf untuk kasus ini ditunjukkan oleh gambar 2. Warna yang sama menunjukkan bahwa mata kuliah tersebut dapat disusun secara bersamaan. Terdapat 10 warna untuk mewarnai graf pada kasus 4. Artinya terdapat 10 sesi perkuliahan berbeda yang harus disiapkan untuk menyusun jadwal perkuliahan tersebut sehingga tidak terjadi bentrok.

Untuk mengatasi permasalahan di atas, digunakan metode pewarnaan simpul untuk mengetahui besar bilangan kromatiknya. Bilangan kromatik ini kemudian digunakan untuk mengetahui jumlah minimum sesi kuliah yang berbeda yang diperlukan sehingga seluruh mahasiswa dapat mengikuti seluruh kelas dengan baik tanpa ada jadwal yang bentrok. Gambar 1 menunjukkan graf untuk kasus di atas.

Hasil penelitian disajikan dalam bentuk grafik, tabel, atau deskriptif. Analisis dan interpretasi hasil ini diperlukan sebelum dibahas. Pembahasan difokuskan pada mengaitkan data dan hasil analisisnya dengan permasalahan atau tujuan penelitian dan konteks teoretis yang lebih luas.

KESIMPULAN

Penyusunan jadwal perkuliahan dapat dibantu dengan diterapkan pewarnaan simpul graf. Dengan pewarnaan simpul graf ini, penyusunan jadwal perkuliahan dapat dilakukan sehingga tidak terjadi jadwal mata kuliah yang bentrok.

Pada penelitian ini, batasan lain seperti dosen pengampu dan ketersediaan ruang kelas belum

©Program Studi Pendidikan Matematika

dipertimbangkan. Maka untuk penelitian selanjutnya, perlu ditambah batasan lain agar penyusunan jadwal perkuliahan dapat dilakukan dengan lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Anasrul, A. (2017). Implementasi Algoritma Welch Powell dalam Penerapan Graph pada Penjadwalan Ujian. *Pelita Informatika: Informasi dan Informatika*, *15*(1).

Astuti, S. (2011). Penyusunan Jadwal Ujian Mata Kuliah Dengan Algoritma Pewarnaan Graf Welch Powell. *Jurnal Dian*, *11*(1).

Bondy, J. A., & Murty, U. S. R. (1976). *Graph Theory with Applications*, New York: Elsevier Science Publishing Co., Inc.

Gibbons, A. (1985). *Algorithmic Graph Theory*, New York: Cambridge University Press.

Harianto, K., & Fatdha, T. S. E. (2016). Penerapan Pewarnaan Simpul Graf untuk Menentukan Jadwal Ujian Skripsi pada STMIK Amik Riau Menggunakan Algoritma Welch-Powell. *SATIN-Sains dan Teknologi Informasi*, *1*(2), 48-54.

Hartsfield, N., & Ringel, G. (1990). *Pearls in Graph Theory: A Comprehensive Introduction*, London: Academic Press, Inc.

Munarto, R., & Permata, E. (2017). Perancangan Sistem Penjadualan Kuliah Di Jurusan Teknik Elektro FT. UNTIRTA Menggunakan Teknik Pewarnaan Graph Algoritma Backtracking Welch-Powell. *Semnasinotek*, *1*(1), 277-282.

Munir, R. (2014). *Matematika Diskrit Revisi Kelima*, Bandung: Penerbit Informatika.

Riihijarvi, J., Petrova, M., & Mahonen, P. (2005). Frequency allocation for wlans using graph colouring techniques, *Proceedings of the Second Annual Conference on Wireless On-demand Network Systems and Services (WONS'05).*

©Program Studi Pendidikan Matematika