

Peramalan Harga Saham dengan Brownian Motion

Yasir Maulana¹, Herma Wiharno²

^{1,2}Universitas Kuningan

yasir@uniku.ac.id

Abstract

Brownian Motion is important in the development of statistical models for financial markets, particularly stock markets. Understanding geometric Brownian motion, a subset of the Brownian Motion Process, is one of the most critical concepts in developing such financial models. PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk (CUAN) is a holding company whose business is in the mineral mining and energy sectors. The share prices in this study are based on daily data on the Closing Price of PT shares. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk for the period 15 January 2024 to 29 February 2024. The Brown Motion parameter estimation model with $P_0 = 13,425$ obtained $\mu = -0.021116964$, the value of $\sigma = 0.07803483$ and $\sigma^2 = 0.006089435$. Based on the model formed, it is necessary to calculate the level of accuracy using the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). From the calculation results, the MAPE value is found to be in the range of 21%-50%, namely 22.3%. As a result, the average error deviation shows the usual level of forecasting accuracy.

Abstrak

Dalam pemodelan pasar keuangan, khususnya pasar saham, Gerak Brown memainkan peran penting dalam membangun sebuah model statistik. Salah satu konsep yang paling penting dalam membangun financial model tersebut adalah untuk memahami gerak brown geometris, yang merupakan kasus khusus dari Proses Gerak Brown. PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk (CUAN) merupakan induk perusahaan dimana usahanya berada di sektor pertambangan mineral dan energi. Harga saham dalam penelitian ini berdasarkan data harian Harga Penutupan saham PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk periode 15 Januari 2024 sampai dengan 29 Februari 2024. Model estimasi parameter Brown Motion dengan $P_0 = 13.425$ diperoleh $\mu = -0,021116964$, nilai $\sigma = 0,07803483$ dan $\sigma^2 = 0,006089435$. Berdasarkan model yang terbentuk maka perlu dihitung tingkat akurasi dengan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dari hasil perhitungan, diperoleh nilai MAPE terletak pada range 21%-50% yaitu 22,3%. Jadi dapat disimpulkan bahwa rata-rata simpangan error yang dihasilkan menunjukkan tingkat akurasi peramalan biasa.

Keywords: Stock Price; Forecasting; Brownian Motion

PENDAHULUAN

Pasar modal Indonesia dalam kurun waktu 2023 dapat dikatakan berberak tumbuh secara positif. Hal ini ditunjukkan dengan kinerja IHSG yang menguat 6,16% secara year-to-date hingga level 7.272,79 per 29 Desember 2023 dari posisi awal; tahun pembukaan 2 Januari 2023 pada level 6.850,98.

Nilai transaksi harian (RNTH) rata-rata di tahun 2023 adalah Rp10,75 triliun, dengan volume transaksi harian 19,79 miliar lembar saham dan frekuensi 1,18 juta kali. Pada 28 Desember 2023, kapitalisasi pasar mencapai rekor tertinggi dalam sejarah pasar modal, mencapai Rp11.762 triliun. Volume transaksi harian menjadi juga volume tertinggi sepanjang sejarah, dengan 89 miliar lembar saham yang ditransaksikan pada 31 Mei 2023.

Pencapaian kinerja pasar modal tahun 2023 dengan rekor barunya ini menunjukkan geliat pertumbuhan pasca pandemic covid19 yang juga membangun optimisme dunia investasi di Indonesia. Dalam kondisi lonjakan rekor-rekor baru transaksi bursa tersebut, pada 2023 terdapat beberapa saham yang mengalami kenaikan harga sangat tinggi. Berikut ini adalah daftar lengkap sepuluh saham dengan kenaikan harga persentase tertinggi di Indonesia dari 1 Januari hingga 14 Desember 2023 (ytd) berdasarkan data Bloomberg:

- 1) PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk: naik 5.297% (ytd), dari IPO 8 Maret 2023
- 2) PT. Darmi Bersaudara, Tbk: naik 1.090% (ytd)
- 3) PT. Barito Renewables Energy, Tbk: naik 830% (ytd), dari IPO 9 Oktober 2023
- 4) PT. Pantai Indah Kapuk Dua, Tbk: naik 465% (ytd)
- 5) PT. Wismilak Inti Makmur, Tbk: naik 408% (ytd)
- 6) PT. Amman Mineral Internasional, Tbk: naik 295% (ytd), dari IPO 7 Juli 2023
- 7) PT. Sumber Global Energy, Tbk: naik 281% (ytd)
- 8) PT. Estika Tata Tiara, Tbk: naik 269% (ytd)
- 9) PT. Ulima Nitra, Tbk: naik 266% (ytd)
- 10) PT. Hatten Bali, Tbk: naik 243% (ytd), dari IPO 10 Januari 2023

Berdasarkan pengamatan tersebut bisa kita ketahui bahwa PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk

atau CUAN mengalami kenaikan sebesar 5.297% dari harga penawaran perdana (IPO) pada tanggal 8 Maret 2023. Berikut adalah visualisasi data historis harga saham CUAN sejak penawaran perdana 8 Maret 2023 hingga 31 Desember 2023. Namun demikian berbanding terbalik dengan kinerja harga sahamnya, kinerja PT Petrindo Jaya Kreasi Tbk mencatatkan penurunan laba bersih 58,2 persen atau sekitar Rp.238,3 miliar jika dibandingkan laba bersih tahun sebelumnya yang mencapai Rp.570,89 miliar. Fenomena ini mendorong peneliti untuk melakukan pemodelan peramalan saham dengan menggunakan metode Brownian Motion

TINJAUAN PUSTAKA

Model Stokastik

Dalam model stokastik, elemen acak atau distribusi peluang digunakan, sehingga penaksiran keluaran definitif disertai dengan deviasi, atau variabel. Penerapan model stokastik semakin penting seiring dengan tingkat ketidakpastian akan tingkah-laku suatu sistem. Apabila kuantitas besar dilibatkan, tingkah-laku sistem dapat menjadi deterministik, yang berarti variasi kecil tidak begitu berarti dalam taksiran yang dihasilkan model. Dalam hal ini akan digunakan untuk menaksir/ meprediksi pergerakan harga saham.

Brownian Motion

Gerakan Brown ditemukan oleh ahli biologi Robert Brown (Brown, 1828) pada tahun 1827. Saat Brown mempelajari partikel serbuk sari yang mengambang di air melalui mikroskop, ia mengamati partikel kecil dalam butiran serbuk sari yang melakukan gerakan gelisah. Setelah mengulangi percobaan dengan partikel debu, ia dapat menyimpulkan bahwa gerakan tersebut disebabkan oleh serbuk sari yang “hidup” namun asal muasal gerakan tersebut masih belum dapat dijelaskan. Orang pertama yang mengemukakan teori gerak Brown adalah Louis Bachelier pada tahun 1900 dalam tesis PhD-nya “Teori Spekulasi”. Namun, baru pada tahun 1905 Albert Einstein, dengan menggunakan model probabilistik, dapat menjelaskan gerak Brown secara memadai. Ia mengamati bahwa jika energi kinetik fluida tepat, molekul air akan bergerak secara acak. Jadi, sebuah partikel kecil akan menerima sejumlah dampak acak dengan kekuatan acak dan dari arah acak dalam waktu

singkat. Pemboman acak oleh molekul-molekul cairan akan menyebabkan partikel yang cukup kecil bergerak persis seperti yang dijelaskan Brown.

Norbert Wiener memberikan definisi matematis formal dari gerak Brown, yang membuatnya sering disebut sebagai "proses Wiener". Kajian tentang teori dan aplikasi gerak Brown berkembang pesat dalam matematika, dengan salah satu aplikasinya yang paling terkenal adalah sebagai model untuk dinamika acak dari fluktuasi pasar saham, yang membawa teori integral stokastik dan persamaan difusi.

Dalam pemodelan pasar keuangan, khususnya pasar saham, Gerak brown memainkan peran penting dalam membangun sebuah model statistik. Salah satu konsep yang paling penting dalam membangun financial model tersebut adalah untuk memahami gerak brown geometris, yang merupakan kasus khusus dari Proses Gerak Brown.

Investasi pada perusahaan skala kecil merupakan salah satu alternatif bagi para investor untuk menghasilkan pendapatan tambahan. Dengan bantuan gerak geometri Brown dapat meningkatkan tingkat kepercayaan investor (Jaffar & Abidin, 2012). Model gerak Geometric Brownian (GBM) digunakan oleh Ladd & Wu (2009) dan Wilmott (2000). GBM diperkenalkan sebagai dasar penetapan harga opsi. Model GBM adalah proses stokastik waktu kontinu, dijelaskan oleh Wilmott (2000), di mana logaritma kuantitas yang bervariasi secara acak mengikuti gerak Brown yang juga dikenal sebagai proses Wiener. GBM digunakan oleh Wilmott (2000) untuk meramalkan beberapa harga opsi. Ia menyatakan bahwa GBM penting dalam pemodelan matematis proses keuangan. Merupakan turunan dari model kontinu dari model diskrit yang dapat digunakan untuk memprediksi pergerakan harga saham dalam periode jangka pendek.

METODOLOGI

Stokastik

Persamaan diferensial stokastik akan sangat penting dalam pemodelan banyak kelas aset karena GBM berhubungan dengan keacakan, volatilitas, penyimpangan, dan laba atas investasi (Wilmott, 2000).

Proses stokastik adalah keluarga variable random $\{X_t, t \in T\}$ yang didefinisikan pada ruang probabilitas $(\Omega, \mathcal{F}, P)$.

Disini T menunjukkan suatu himpunan beranggotakan titik waktu

Jika $T = \mathbb{R}$ atau $\mathbb{R}^+$, model disebut *continuous time series*

Jika $T = \mathbb{Z}$ atau $\mathbb{N}^+$, model disebut *discrete time series*

Jika $T = \text{lokasi geografis} = G$, model disebut *spatial time series*. Untuk $\{Z, G\}$ dikenal model runtun waktu *space – time/spatio – temporal*.

Persamaan diferensial stokastik sangat penting dalam pemodelan banyak kelas aset. Persamaan berikut merupakan model harga saham yang mampu memprediksi suatu harga aset pada waktu t tertentu: (Jaffar & Abidin, 2012)

$$S(t) = S(0)e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma(X(t) - X(0))}$$

Brownian Motion

Pada artikel ini menggunakan konstruksi Brownian motion menurut ide original dari Wiener. Diberikan ruang peluang $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Proses stokastik adalah sebuah fungsi terukur $X(t, \omega)$ bernilai real yang terdefinisi pada ruang produk $[0, \infty) \times \Omega$ (secara umum di dalam teori peluang biasanya ruang keadaan (*state space*) adalah ruang Polish yaitu ruang topologi metrik lengkap yang separabel). Khususnya untuk setiap t , $X(t, \cdot)$ adalah peubah acak dan untuk setiap ω $X(\cdot, \omega)$ adalah fungsi terukur (yang disebut lintasan sampel dari proses). Proses stokastik $X(t, \omega)$ seringkali dituliskan secara singkat dengan $X(t)$ atau X_t .

Proses stokastik $B(t, \omega)$ disebut gerak Brown jika memenuhi

$$(1). P\{\omega : B(0, \omega) = 0\} = 1$$

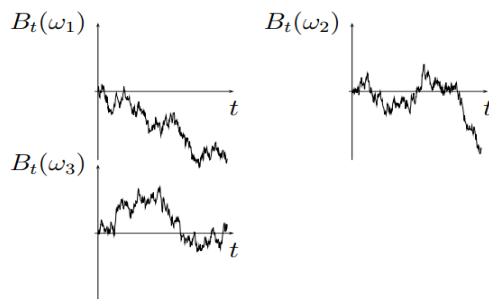
(2). untuk setiap $0 \leq s < t$, peubah acak $B(t) - B(s)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $t - s$, yakni untuk setiap $a < b$

$$P\{a \leq B(t) - B(s) \leq b\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t-s)}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2(t-s)}} dx$$

(3). $B(t, \omega)$ memiliki kenaikan yang independen, yakni untuk setiap $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_n$, $B(t_1), B(t_2) - B(t_1), \dots, B(t_n) - B(t_{n-1})$ merupakan kumpulan peubah acak yang independen.

(4). Hampir semua lintasan sample (*sample path*) dari $B(t, w)$ adalah fungsi kontinu, yakni $P\{w : B(., w) \text{ kontinu} \} = 1$. Gerak Brown juga dapat didefinisikan sebagai proses stokastik $B(t, w)$ yang memenuhi (1), (2) dan (3). Proses stokastik demikian selalu memiliki realisasi kontinu, yakni terdapat Ω_0 sehingga $P(\Omega_0) = 1$ dan untuk setiap $w \in \Omega_0$, $B(t, w)$ adalah fungsi kontinu dari t . Hal ini dapat dibuktikan dengan teorema kekontinuan Kolmogorov-Centsov.

Tiga contoh hubungan Brownian Motion terhadap $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \Omega$ adalah sebagai berikut :



Gambar 1. Contoh Brownian Motion

Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah rata-rata presentase absolut dari kesalahan peramalan, MAPE menjadi unsur

urgan dalam evaluasi pada tingkat akurasi peramalan. MAPE memiliki fungsi dalam memperlihatkan seberapa besar kesalahan jika dibandingkan antara nilai peramalan dengan nilai aktual. Apabila nilai MAPE yang dihasilkan dari sebuah metode peramalan semakin kecil maka metode peramalan tersebut semakin baik. Persamaan dari MAPE adalah sebagai berikut (Lawrence & Lawrence, 2009):

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{P_t - F_t}{P_t} \right|}{n}$$

Tabel 1. Parameter tingkat akurasi peramalan MAPE

Persentase MAPE	Tingkat Akurasi
<10%	Akurasi peramalan tinggi
10% - 20%	Akurasi peramalan baik
21% - 50%	Akurasi peramalan biasa
>50%	Peramalan tidak akurat

Sumber : (Lawrence & Lawrence, 2009)

HASIL PENELITIAN

Perusahaan induk PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk (CUAN) bergerak di bidang pertambangan mineral dan energi. CUAN pertama kali didirikan di Jakarta pada tahun 2008. CUAN memiliki dua konsesi penambangan batu bara di Kalimantan dan berencana untuk memperluas usahanya ke konsesi penambangan emas di Nusa Tenggara Barat melalui anak-anak perusahaannya.

Harga saham dalam penelitian ini berdasarkan data harian Harga Penutupan (Close Price) saham PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk periode 15 Januari 2024 sampai dengan 29 Februari 2024, grafik perkembangan harga saham dapat dilihat sebagai berikut:

m



Gambar 2. Closing Price PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk
Sumber: Yahoofinance

Data Saham CUAN

Berikut adalah data saham harian CUAN periode 15 Januari 2024 sampai dengan 29 Februari 2024

Tabel 2. Data harian saham CUAN

No	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
1	15/01/2024	13.425	13.425	13.425	13.425	13.425	-
2	16/01/2024	12.100	12.100	12.100	12.100	12.100	1.330.500
3	17/01/2024	10.900	10.900	10.900	10.900	10.900	562.400
4	18/01/2024	9.825	9.825	9.825	9.825	9.825	1.348.500
5	19/01/2024	8.900	8.900	8.850	8.850	8.850	2.692.400
6	22/01/2024	7.975	8.450	7.975	8.200	8.200	94.669.500
7	23/01/2024	8.200	9.000	8.050	9.000	9.000	35.625.900
8	24/01/2024	9.175	9.775	9.050	9.325	9.325	33.416.500
9	25/01/2024	9.350	9.550	8.750	8.825	8.825	14.519.100
10	26/01/2024	8.825	8.850	8.000	8.250	8.250	12.250.700
11	29/01/2024	8.275	8.525	7.425	7.425	7.425	15.171.400
12	30/01/2024	7.300	7.625	6.700	6.850	6.850	26.793.000
13	31/01/2024	6.900	7.200	6.250	6.575	6.575	16.723.800
14	01/02/2024	6.550	6.875	6.375	6.600	6.600	10.296.200
15	02/02/2024	6.625	6.825	6.425	6.800	6.800	8.561.100
16	05/02/2024	6.850	7.475	6.800	7.475	7.475	17.318.500
17	06/02/2024	7.450	8.175	7.325	8.100	8.100	15.566.400
18	07/02/2024	8.100	8.350	7.500	7.800	7.800	17.103.900
19	12/02/2024	7.800	7.800	7.300	7.300	7.300	9.230.100
20	13/02/2024	7.100	7.100	6.575	6.575	6.575	3.132.100
21	15/02/2024	6.200	6.600	5.925	5.925	5.925	12.060.600
22	16/02/2024	5.925	6.825	5.500	6.625	6.625	25.243.900
23	19/02/2024	6.825	7.950	6.825	7.900	7.900	31.231.500
24	20/02/2024	7.950	8.000	7.025	7.050	7.050	25.453.600

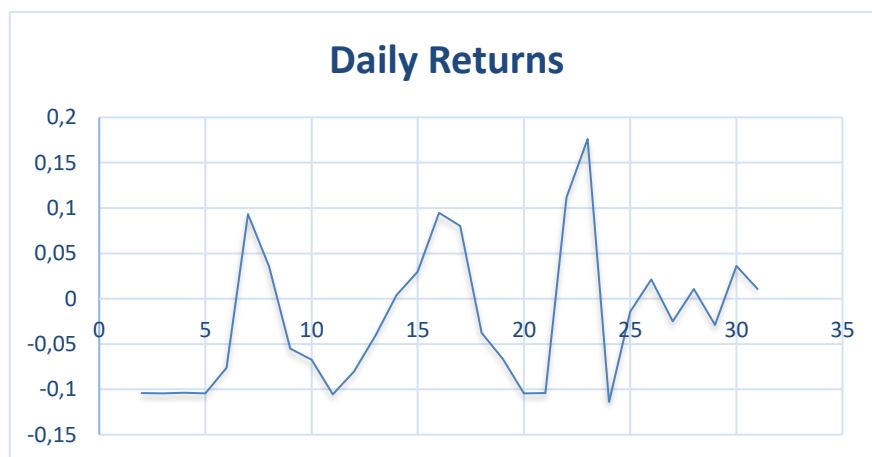
m

25	21/02/2024	7.100	7.450	6.750	6.950	6.950	11.561.200
26	22/02/2024	6.975	7.175	6.875	7.100	7.100	5.445.100
27	23/02/2024	7.175	7.300	6.900	6.925	6.925	5.191.900
28	26/02/2024	6.950	7.100	6.825	7.000	7.000	4.078.700
29	27/02/2024	7.075	7.075	6.800	6.800	6.800	3.137.100
30	28/02/2024	6.800	7.275	6.775	7.050	7.050	7.742.800
31	29/02/2024	7.150	7.275	6.925	7.125	7.125	33.359.500

Sumber : Yahoo Finance

Return saham atau imbal hasil yang diterima oleh seorang investor pada penelitian ini *return* merupakan $B(t)$, maka berdasarkan data harian Harga Penutupan (Close Price)

transaksi saham PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk periode 15 Januari 2024 sampai dengan 29 Februari 2024, grafik perkembangan nilai *return* dapat dilihat seperti berikut:



Gambar 3. Return Harian CUAN

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut adalah hasil penelitian dimana bisa dilihat Daily Activity vs Model pada

table 3 dengan $\mu = -0,021116964$, dan $\sigma = 0,07803483$, $\sigma^2 = 0,006089435$.

Tabel 3. Daily Activity vs Model

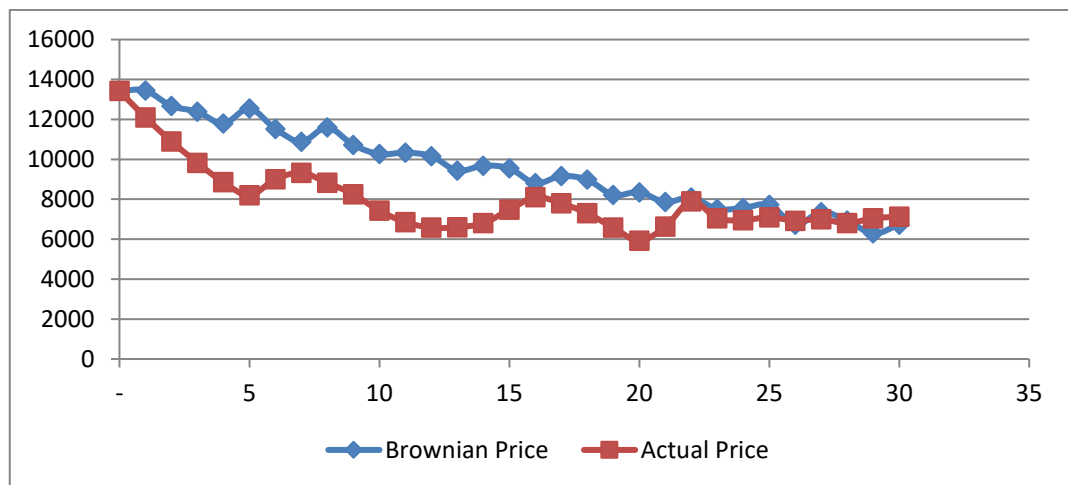
W(t)	Exp($\sigma W(t)$)	Exp($(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t$)	t(days)	P(t)	W(t)
-	1	1	-	13.425,00	0,9817383
0,2809684	1,0221674	0,9761279	1	13.395,01	0,7007700
0,2196553	1,0172885	0,9528256	2	13.012,83	0,4811146
0,1937849	1,0152369	0,9300797	3	12.676,57	0,2873297
0,0997903	1,0078175	0,9078767	4	12.283,53	0,1875394
0,0036024	1,0002811	0,8862037	5	11.900,63	0,1839370
-0,4929831	0,9622607	0,8650482	6	11.175,00	0,6769201
0,4077806	1,0323328	0,8443976	7	11.702,56	0,2691395
-0,6170440	0,9529899	0,8242401	8	10.545,24	0,8861835
0,3365655	1,0266118	0,8045637	9	11.088,71	0,5496180
0,1776399	1,0139586	0,7853571	10	10.690,59	0,3719781
0,0330850	1,0025851	0,7666089	11	10.318,33	0,3388932

m

-0,2169791	0,9832106	0,7483083	12	9.877,37	0,5558723
0,5487375	1,0437507	0,7304446	13	10.235,25	0,0071348
-0,5664420	0,9567605	0,7130074	14	9.158,23	0,5735768
-0,1382166	0,9892723	0,6959864	15	9.243,38	0,7117933
0,3179285	1,0251198	0,6793717	16	9.349,67	0,3938648
0,3676065	1,0291015	0,6631536	17	9.161,92	0,0262583
-0,6389754	0,9513604	0,6473228	18	8.267,61	0,6652337
0,3658876	1,0289635	0,6318698	19	8.728,54	0,2993460
-0,3125810	0,9759029	0,6167857	20	8.080,82	0,6119271
0,2540653	1,0200238	0,6020617	21	8.244,52	0,3578618
-0,3926543	0,9698240	0,5876892	22	7.651,65	0,7505161
0,6923723	1,0555154	0,5736598	23	8.128,93	0,0581438
-0,7744870	0,9413531	0,5599654	24	7.076,65	0,8326307
-0,0801573	0,9937645	0,5465978	25	7.292,32	0,9127880
0,4747305	1,0377403	0,5335493	26	7.433,23	0,4380575
0,4324117	1,0343189	0,5208124	27	7.231,86	0,0056457
-0,2571163	0,9801359	0,5083795	28	6.689,42	0,2627620
0,1722502	1,0135323	0,4962434	29	6.752,22	0,0905118
-0,8172114	0,9382199	0,4843970	30	6.101,27	0,9077233

Sumber : Data diolah 2024

1. Hasil Peramalan



Gambar 4. Perbandingan Harga Aktual dengan Brownian

Hasil prediksi harga saham menggunakan Brownian Motion pada table berikut ini yang memprediksi 18 hari kedepan :

Tabel 4. Harga Saham Ramalan

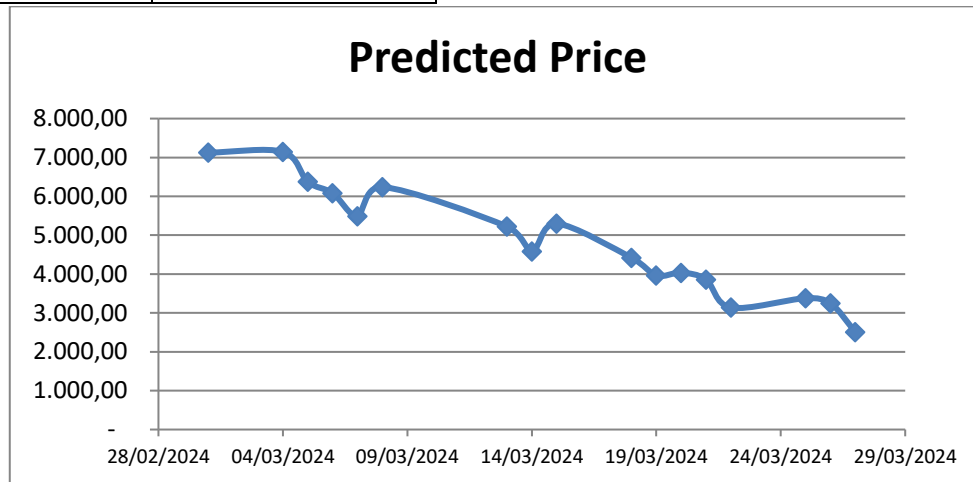
Date	Predicted Price
01/03/2024	7.125,00
04/03/2024	7.095,01
05/03/2024	6.712,83
06/03/2024	6.376,57

07/03/2024	5.983,53
08/03/2024	5.600,63
13/03/2024	4.875,00
14/03/2024	5.402,56
15/03/2024	4.245,24
18/03/2024	4.788,71
19/03/2024	4.390,59
20/03/2024	4.018,33
21/03/2024	3.577,37
22/03/2024	3.935,25

m

25/03/2024	2.858,23
26/03/2024	2.943,38
27/03/2024	3.049,67

28/03/2024	2.861,92
------------	----------



Gambar 5. Harga Saham Ramalan

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan diatas maka model estimasi parameter Brown Motion dengan $P_0 = 13.425$ diperoleh $\mu = -0,021116964$, nilai $\sigma = 0,07803483$ dan $\sigma^2 = 0,006089435$, dengan demikian model harga saham PT. Petrindo Jaya Kreasi, Tbk adalah

$$S(t) = S(0)e^{\left(-0,021116964 - \left(\frac{1}{2}\right)0,006089435\right)t + 0,07803483(X(t) - X(0))}$$

Berdasarkan model yang terbentuk maka perlu dihitung tingkat akurasi dengan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dari hasil perhitungan, diperoleh nilai MAPE terletak pada range 21%-50% yaitu 22,3%. Jadi dapat disimpulkan bahwa rata-rata simpangan error yang dihasilkan menunjukkan tingkat akurasi peramalan biasa.

DAFTAR PUSTAKA

Abbas, A., & Alhagyan, M. (2022). The effect of incorporating memory and stochastic volatility into geometric brownian motion in forecasting the performance of Tadawul All Share Index (TASI). *Advances and Applications in Statistics*, 74, 47–62.

<https://doi.org/10.17654/0972361722017>

- B. Øksendal, (1998) .Stochastic Differential Equations, Springer-Verlag, Berlin,
- Farida Agustini, W., Affianti, I. R., & Putri, E. R. (2018). Stock price prediction using geometric brownian motion. *Journal of Physics: Conference Series*, 974, 012047. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/974/1/012047>
- Laddle G.S., & Wu, L., (2009). Development of modified geometric Brownian motion models by using stock price data and basic statistics, *Nonlinear Analysis: Theory Methods & Applications*, 71(12), 1203-1208.
- Lawrence, K.D., Klimberg R.K., & Lawrence S.M., *Fundamentals of forecasting using excel*, Industrial Press Inc., America (2009).
- Mohd Jaffar, Maheran & Zainol Abidin, Siti. (2012). Forecasting Share Prices of Small Size Companies in Bursa Malaysia Using Geometric Brownian Motion. *Applied Mathematics & Information Sciences*. 6.
- R. Brown, A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of

m

active molecules in organic and inorganic bodies, Philosophical Magazine N. S. 4 ,161-173, 1828.

Reddy, Krishna and Clinton, Vaughan. (2016). Simulating stock prices using geometric brownian motion: Evidence from Australian companies. Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 10(3). <https://doi.org/10.14453/aabfj.v10i3.3>

Wilmott P., (2000). Quantitative Finance, John Wiley & Son, Ltd, Chichester.

Xiao, W., Zhang, W., & Zhang, X. (2015). Parameter identification for the discretely observed geometric fractional Brownian motion. Journal of Statistical Computation and Simulation, 85(2), 269–283. <https://doi.org/10.1080/00949655.2013.814135>